Total Pages : 4

A25DIB31_2

B.C.A. (Semester-I) (NEP) Examination, 2025-26
MATHEMATICS
Elementary Calculus
(Bridge Course-B)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note : Section 'A' is compulsory containing 10 objective type questions of 10 marks and 5 short answer type questions, carrying 4 marks for each, total of 20 marks. Section 'B' containing 8 descriptive type questions, two from each unit with 50% internal choice, carrying 10 marks for each, total of 40 marks.

खंड 'अ' अनिवार्य है, जिसमें 10 वस्तुनिष्ठ प्रकार के प्रश्न हैं, जिनके 10 अंक हैं तथा 5 लघु उत्तरीय प्रश्न हैं, जिसमें प्रत्येक प्रश्न के लिए 4 अंक हैं, कुल 20 अंक। खंड 'ब' में 8 वर्णनात्मक प्रकार के प्रश्न हैं, जिसमें प्रत्येक इकाई से दो प्रश्न हैं। इन प्रश्नों के 50% आंतरिक विकल्प हैं, जिसमें प्रत्येक प्रश्न के लिए 10 अंक हैं, कुल 40 अंक।

SECTION-A / खण्ड-अ

Note: Answer the following objective questions : [10×1=10]

निम्नलिखित वस्तुनिष्ठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

1. (i) The subject of indeterminate analysis (first degree) is designed in Indian Mathematics by the term _____.

अनिश्चित विश्लेषण (प्रथम डिग्री) का विषय भारतीय गणित में ..... शब्द से बनाया गया है।

(ii) Every convergent real sequence is a Cauchy Sequence. [True/False]

प्रत्येक अभिसारी वास्तविक अनुक्रम एक कौशी अनुक्रम होता है। [सत्य/असत्य]

(iii) D'Alembert's ratio test fails if :

डि-अलम्बर्ट अनुपात परीक्षण असफल यदि :

(a) $\lim_{n\to\infty}\frac{U_n}{U_{n+1}}=1$ (b) $\lim_{n\to\infty}\frac{U_{n+1}}{U_n}=1$ (c) $\lim_{n\to\infty}U_{n+1}=1$ (d) $\lim_{n\to\infty}U_n=1$

(iv) In Lagrange's mean value theorem f(x) is differentiable in the _____ interval.

लाग्रांज के माध्यमान प्रमेय में f(x) ..... अन्तराल में अवकलनीय है।

(v) $D^n(ax+b)^m = m(m-1)(m-2).....(m-n+1)(ax+b)^{n-m}a^n, n\le m$. [True/False] /[सत्य/असत्य]

(vi) Expand of sinx by Maclaurin's theorem is :

मैक्लॉरिन प्रमेय से sinx का प्रसार है :

(a) $1+x+\frac{x^2}{\lfloor 2}+...$ (b) $1-x+\frac{x^2}{\lfloor 2}-.....$ (c) $x+\frac{x^3}{\lfloor 3}+\frac{x^5}{\lfloor 5}+...$ (d) $x-\frac{x^3}{\lfloor 3}+\frac{x^5}{\lfloor 5}-...$

(vii) The radius of curvature of the point (S,ψ) of cycloid $S=4a\sin\psi$ is _____.

चक्रज $S=4a\sin\psi$ के बिन्दु (S,ψ) पर वक्रता त्रिज्या ..... होगी।

(viii) Singular points are of two types : (i) Point of inflexion (ii) Multiple points . [True/False]

विचित्र बिन्दु के प्रकार के होते हैं : (i) नति परिवर्तन बिन्दु (ii) बहुल बिन्दु. [सत्य/असत्य]

(ix) $\int \frac{x\,dx}{(1+x)^{1/3}-(1+x)^{1/2}}$ is _____. $\int \frac{x\,dx}{(1+x)^{1/3}-(1+x)^{1/2}}$ का मान ..... होगा।

(x) $\int_0^1 x^4\left(1-x^2\right)^{3/2}dx = \frac{3\pi}{156}$. [True/False]/ [सत्य/असत्य]

2. Answer the following questions : (Short Answer Type Questions). [5×4=20]

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए : (लघुउत्तरीय प्रकार के प्रश्न)।

(i) Discuss the work of Bhaskaracharya with special reference of Lilavati.

लीलावती के विशेष संदर्भ में भास्कराचार्य के कार्यों पर चर्चा कीजिए।

(ii) Show that $\sin^2 x$ is continuous for all finite values of x.

सिद्ध कीजिए कि x के सभी परिमित मानों के लिए $\sin^2 x$ संतत है।

(iii) State and prove that Taylor's theorem.

टेलर प्रमेय को लिखिए और सिद्ध कीजि।

(iv) Prove that the radius of curvature at any point (r,θ) of the cardioid $r = a(1-\cos\theta)$ is $\frac{2}{3}\sqrt{2ar}$.

सिद्ध कीजिए कि हृदयाभ $r = a(1-\cos\theta)$ के किसी बिन्दु (r,θ) पर वक्रता-त्रिज्या $\frac{2}{3}\sqrt{2ar}$ होता है।

(v) If $I_n = \int_0^a \left(a^2-x^2\right)^n dx$ and $n>0$, then show that $I_n = \frac{2na^2}{2n+1}I_{n-1}$.

यदि $I_n = \int_0^a \left(a^2-x^2\right)^n dx$ और $n>0$, तब दर्शाइए कि $I_n = \frac{2na^2}{2n+1}I_{n-1}$.

SECTION-B / खण्ड-ब

Note : Attempt any one question from each unit. (Long Answer Type Questions) [4×10=40]

प्रत्येक इकाई से कोई एक प्रश्न हल कीजिए। (दीर्घउत्तरीय प्रश्न)

Unit-I / इकाई-I

3. Find the following series is convergent or divergent $1+\frac{2^2}{3^2}+\frac{2^2\cdot4^2}{3^2\cdot5^2}+\frac{2^2\cdot4^2\cdot6^2}{3^2\cdot5^2\cdot7^2}+\ldots..,x>0$.

ज्ञात कीजिए कि निम्नलिखित श्रेणी अभिसारी है या अपसारी है : $1+\frac{2^2}{3^2}+\frac{2^2\cdot4^2}{3^2\cdot5^2}+\frac{2^2\cdot4^2\cdot6^2}{3^2\cdot5^2\cdot7^2}+\ldots..,x>0$.

4. Prove that : Continuity is a necessary condition but not sufficient condition for the existence of a finite derivative.

सिद्ध कीजिए कि एक परिमित अवकलज के विद्यमान होने के लिए सांतत्य एक आवश्यक प्रतिबंध है, किन्तु एक पर्याप्त प्रतिबंध नहीं है।

Unit-II / इकाई-II

5. If $y = \tan^{-1}x$, then prove that $\left(1+x^2\right)y_{n+2}+2(n+1)xy_{n+1}+n(n+1)y_n = 0$ and also find $(y_n)0$.

यदि $y = \tan^{-1}x$, तब सिद्ध कीजिए $\left(1+x^2\right)y_{n+2}+2(n+1)xy_{n+1}+n(n+1)y_n = 0$ साथ ही ज्ञात कीजिए $(y_n)0$.

6. Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = \log\frac{x^2+ab}{(a+b)x}$ in the interval [a,b].

अन्तराल [a,b] में फलन $f(x)=\log\frac{x^2+ab}{(a+b)x}$ के लिए रोले प्रमेय का सत्यापन कीजिए।

Unit-III / इकाई-III

7. Find the asymptotes of the following curve $(x^2-y^2)(y^2-4x^2)-6x^3+5x^2y+3xy^2-2y^3-x^2+3xy-1=0$.

निम्नलिखित वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए $(x^2-y^2)(y^2-4x^2)-6x^3+5x^2y+3xy^2-2y^3-x^2+3xy-1=0$.

8. Trace the curve $r=a(1+\cos\theta)$.

हृदयाभ $r=a(1+\cos\theta)$ का अनुरेखण कीजिए।

Unit-IV / इकाई-IV

9. Evaluate $\int_0^{\pi/4}\sqrt{\tan\theta}\,d\theta$.

मूल्यांकन कीजिए $\int_0^{\pi/4}\sqrt{\tan\theta}\,d\theta$.

10. Find the value of $\int_0^{\infty}\frac{d\theta}{\cos\alpha+\cos\theta}$.

$\int_0^{\infty}\frac{d\theta}{\cos\alpha+\cos\theta}$ का मान ज्ञात कीजिए।

----x----